TSPE15090-042-5

북극 전리권에서의 이온 운동을 기술하는 수송식 및 클로저 개발

Ion transport and closures
in the north polar ionosphere

유타주립대학교

(Utah State University)

제 출 문

극지연구소장 귀하

본 보고서를 “북극 4-D 관측망 구축 및 고층대기와 기후변화의 상호관계 규명 (지건화) 부제: 극지 고층대기와 우주환경 변화 연구” 과제의 위탁연구 “북극 전리권에서의 이온 운동을 기술하는 수송식 및 클로저 개발” 과제의 최종보고서로 제출합니다.

2015.12.31

총괄연구책임자 : 지건화

위탁연구기관명 : 유타주립대학교

위탁연구책임자 : 지정영

요 약 문

Ⅰ. 제 목

북극 전리권에서의 이온 운동을 기술하는 수송식 및 클로저 개발

Ⅱ. 연구개발의 목적 및 필요성

북극 고층대기 및 기후변화의 예측은 밀도, 온도, 유체속도 식들을 포함하는 유체모델을 통해서 이루어진다. 이들 유체식들은 더 높은 차수의 모멘트를 포함하여 미지수가 식의 수보다 많은 클로저 문제를 포함하는데 지금까지의 클로저는 충돌이 아주 높은 경우에만 구해져 있다. 본 연구에서는 이온, 전자, 중성원자들을 포함하는 유체모델에서 클로저를 개발한다. 우선 충돌이 짧은 경우를 먼저 계산하고 모멘트 수를 늘려가며 결과의 수렴을 확인한다. 또 충돌이 적은 경우로 이론을 확장하여 계산한다. 이를 통하여 극지 저층대기에서 고층대기로 전파되는 이온 및 에너지 수송에 대한 해석적인 이론 개발한다.

Ⅲ. 연구개발의 내용 및 범위

1. 쿨롱 충돌연산자, 전하교환연산자, 이온화 및 재결합 연산자를 계산한다.
2. 위의 연산자들을 포함하는 일반화된 모멘트식을 개발한다.
3. 일반화된 모멘트 방법을 이용하여 수송식을 개발한다.

Ⅳ. 연구개발결과

1. 쿨롱 충돌연산자, 전하교환연산자, 이온화 및 재결합 연산자를 핵석적으로 계산하고 일반화된 모멘트식을 개발하였다.

2. 이온 수송 연구를 위하여 쿨롱 멀른 (Coulomb-Milne) 문제를 풀었다. 이온 사이의 충돌인 쿨롱 충돌 연산자만 고려하고 맥스웰 배경분포에서 소수 이온의 수송이론을 계산하였다. 모멘트들을 거리의 파워급수로 전개한 후 모멘트에 대입하여 전개 계수를 구하였다. 모멘트 수를 1501 개까지 증가시키면서 급수의 전개 계수들이 수렴하는지 확인하였다.

V. 연구개발결과의 활용계획

1. 1 차연도에서 계산한 모멘트식을 이용하여 일반적인 경우의 클로저와 수송이론을 계산한다.
2. 중성입자들을 포함하는 플라즈마의 클로저와 수송이론을 계산할 수 있다.
3. 충돌이 많은 경우와 적은 경우에 대하여 클로저와 수송이론을 계산할 수 있다.

KOPRI
극지연구소

영문요약서 (Summary)

Ⅰ. Title

Ion transport and closures in the north polar ionosphere

Ⅱ. Objectives and necessity of the research

Predicting the weather change of the upper atmosphere in the northern polar atmosphere can be achieved by studying a fluid model of density, temperature, and flow velocity. These fluid equations are coupled to higher order moments and consequently unknowns are more than equations, which is called the closure problem. In general, closures are developed only for high collisionality. In the proposed research, closures will be developed for a plasma fluid model with ions, electrons, and neutrals included. Beginning with high collisionality, the convergence of the theory will be checked with increasing the number of moments. Instantly, the formalism will be extended to low collisionality. The developed theory will be used to analyze transport of ions and energy from lower to upper atmosphere in the norther polar atmosphere.

KOPRI 극지연구소

Ⅲ. Contents and scopes in research development

1. Compute the Coulomb collision operator, charge exchange operator, ionization, and recombination operators.
2. Develop the general moment equations that include the operators
3. Develop transport equations using the general moment equations

Ⅳ. Research and development outcomes

1. The general moment equations have been developed with the Coulomb collision operator, charge exchange operator, ionization, and recombination operators included.
2. The Coulomb-Milne problem has been solved using the general moment equations.

For simplicity, considering the Coulomb collisions between ions species only, the transport of minor ion species through Maxwellian major ion background has been obtained. The moments are power-expanded in the distance (altitude) and the moment equations are solved to obtain the expansion coefficients. Increasing the number of moments up to 1501, the convergence of the expansion coefficients has been verified.

Ⅴ. Plan to use outcomes (Future work)

1. The general closures and transport will be computed using the moment equations developed in the first year of the Project.
2. The transport theory of plasmas with neutrals will be computed.
3. The closures will be developed for high- to low-collisionality plasmas.

KOPRI
극지연구소

영문목차 (Contents)

Chapter 1 Introduction 9

Chapter 2 Current Status of Technical Developments 10

Chapter 3 Research Results 11

Chapter 4 Achievements and Contributions 15

Chapter 5 Future Plans Related to This Research 16

Chapter 6 References 17

KOPRI 극지연구소

목 차

제 1 장 서론 9

제 2 장 국내외 기술개발 현황 10

제 3 장 연구개발수행 내용 및 결과 11

제 4 장 연구개발목표 달성도 및 대외기여도 15

제 5 장 연구개발결과의 활용계획 16

제 6 장 참고문헌 17

KOPRI 극지연구소

제 1 장 서론

북극 전리권에서의 플라즈마의 물리적인 상태는 플라즈마 유체역학이나 운동학으로 기술될 수 있다. 원리적으로 운동학적인 기술방법은 플라즈마 상태를 이해하는데 필요한 모든 정보를 포함하지만 수학적으로 매우 복잡하여 실질적인 경우에 다루는 것이 거의 불가능하다. 한편 유체역학적인 방법은 운동학적인 방법과 비교하여 매우 단순하고 또 측정되는 물리량을 직접 다루는 장점이 있는 반면에 클로저 문제를 해결해야 하는 단점을 가지고 있다. 자기장에서 플라즈마의 유체역학을 기술하는 클로저는 충돌이 많은 경우에만 브래진스키(Braginskii)[1]에 의해서 개발되어 있으며 미분식에 의해 표현되는 확산물리현상으로 기술된다[2].

문제는 충돌이 적거나 거의 없는 경우인데 대부분의 높은 온도 또는 낮은 밀도의 플라즈마가 이 상태에 해당한다. 이 경우 운동식을 풀어서 클로저를 구해야 하는데 대부분의 경우 방정식을 풀 수 없어서 임시방편적인 방법으로 브래진스키의 식들을 가지고 매개변수만 바꾸어서 사용하고 있다. 그러나 충돌이 낮은 경우의 클로저는 충돌이 높은 경우와 근본적으로 다른 물리법칙으로 기술되어서 클로저가 미분식이 아닌 적분식으로 표현되므로 임시방편적인 방법을 적용하는 것은 올바른 물리현상을 기술하는데 한계가 있다.

KOPRI 극지연구소

본 연구에서는 운동식을 푸는 대신에 그와 동등한 일반화된 모멘트식을 풀어서 이온의 수송이론과 클로저를 계산한다. 모멘트 방법을 이용하면 운동식에서 가장 다루기 어려운 충돌연산자를 직접 계산할 수 있는데 이 계산은 이미 해석적인 방법으로 공식들이 만들어져 있다[3,4,5]. 1 차 연도에서는 지금까지의 연구된 결과를 이용하여 소수의 이론이 맥스웰 분포를 가지는 다수의 이온을 통과할 때 소수 이온의 수송이론을 계산한다. 또한 지금까지 계산된 쿨롱 충돌효과에 전하교환, 이온화, 재결합 효과를 포함하는 모멘트 식을 개발한다. 2 차년도에서는 1 차년도에서 개발된 모멘트식을 풀어서 중성입자들을 포함하는 플라즈마의 유체역학 클로저 및 수송이론을 계산한다.

제 2 장 국내외 기술개발 현황

낮은 충돌도에서 클로저를 기술하는 노력은 충돌이 없는 경우 Hammet-Perkins[6], Hazeltine[7], 그리고 일반적인 충돌에서 Chang-Callen [8], Held et al. [9,10]에 의해서 개발되었다. 충돌이 없는 경우 완전한 클로저는 Ji et al [11]에 의해서 완성되었으나 일반적인 충돌의 경우 정확한 충돌연산자를 사용하여 계산된 클로저는 없었다. 정확한 충돌연산자를 사용하여 얻어진 계산은 역시 Ji et al 에 의해서 전자의 열전도[12]와 이온의 viscosity[13]가 먼저 구해졌고 최근에 완전한 전자의 클로저가 Z=1 플라즈마에서 구해졌다 [14]. 따라서 Z 가 1 보다 클 때 전자의 클로저와 이온의 클로저는 현재 개발되어 있지 않고 현재 유타주립대학에서 개발되고 있는 중이다. 이 연구가 완성되면 비슷한 방식으로 중성입자나 불순물이 들어 있는 경우에 해석적인 방법으로 클로저를 구할 수 있는데 일부의 연구가 극지연구소 지원으로 진행 중이다.

KOPRI
극지연구소

제 3 장 연구개발수행 내용 및 결과

제 1 절 모멘트식과 충돌연산자의 자동화코드

쿨롱-멀른 문제를 모멘트 방법으로 다루기 위해서 충동연산자와 모멘트식을 자동으로 만드는 Mathematica 코드를 완성하였다.

제 2 절 전하교환연산자의 계산

전하 교환연산자는 산란단면적에 상대속력을 곱한 것이 일정하다는 근사를 하면 해석적인 계산이 가능하다. 모멘트 전개를 통하여 쿨롱 충돌연산자를 계산하는 중간 단계의 Rosenbluth 퍼텐셜에서 직접 계산할 수 있으며 해석적인 계산을 완료하였다. Mathematica 코드는 현재 개발 중이다.

KOPRI
극지연구소

제 3 절 이온화 및 재결합 연산자

이온화 및 재결합 연산자는 분포함수에 비례하므로 모멘트 식에서 모멘트에 비례하는 식이 얻어지므로 단순하게 구할 수 있다.

제 4 절 쿨롱 멀른 문제

소수이온의 분포함수를 모멘트로 전개한 후 모멘트들을 거리의 파워급수로 전개하여 파워급수의 계수를 구하였다. 13 모멘트 식을 구체적으로 쓰고 파워급수로 전개하였으며 계수비교법을 통하여 일반적인 공식을 유도하였다. Mathematica 를 이용하여 임의의

모멘트에 대한 급수의 전개 계수를 구할 수 있도록 하였으며 모멘트 수를 5, 13, 45, 105, 201, 341, 533, 785, 1105, 1501 까지 늘려가며 계수들이 수렴하는지를 확인하였다. 거리의 차수는 5 차까지 계산하였는데 예를 들어서 밀도분포를 표 1 에 제시하였다.

$\mu = 1$	3 (45)	5 (105)	7 (201)	9 (341)	11 (533)	13 (785)	15 (1105)
n_{-1}	-1.69492	-1.68076	-1.68073	-1.68072	-1.68072	-1.68072	-1.68072
n_1	-0.2584	-0.298065	-0.297475	-0.297497	-0.297494	-0.297492	-0.297492
n_3	0.516363	0.52315	0.0146935	0.0342541	0.0382415	0.0380369	0.0380305
n_5	2.15014	49.9125	-11.2653	-9.0453	6.25158	-1.36017	0.0733499

표 1. 밀도의 파워급수 전개 계수

표 1 에서 보는 거처럼 -1 차식의 계수는 341 모멘트에서, 1 차 계수는 785 모멘트에서 이미 6 개의 유효숫자까지 수렴하였으며 3 차 계수는 785 모멘트에서 4 개의 유효숫자까지 수렴하였고 5 차식은 아직 수렴하지 않았음을 알 수 있다. 실제의 응용에서는 거리가 작은 경우에서 3 차식까지면 충분하므로 이미 정확한 해를 얻었다고 볼 수 있으며 온도나 유체속도도 비슷한 행동을 보여준다.

KOPRI 극지연구소

제 5 절 전하수가 1 보다 이온의 플라즈마에서 전자의 클로저

Z=1 에 대하여 완성된 기존의 이론[14]을 확장하여 Z=2,3,⋯,10 의 경우 전자의 클로저를 완성하였다. 이 연구는 앞으로 이온의 클로저를 구하는데 필요한 선행 연구이다. 전자의 유체역학은 표준적인 방법으로 밀도, 온도, 유체속도의 식으로 기술되는데 이 식들에 필요한 클로저는 열전도 (h), 마찰력 (R), 점성텐서(π)이다. 이 클로저들은 열역학적인 힘들에 대하여 커널(kernel) 적분식으로 표현된다. 열역학적인 힘들은 온도의 gradient, 속도의 gradient, 그리고 전자와 이온의 상대속도인데 그림

1 에서 아래 첨자는 각각 h, π, 그리고 R 로 표시되었다. 본 연구에서는 이온의 전하수가 1 에서 10 까지 모든 커널을 구체적으로 구했다.

구해진 커널을 가지고 사인함수 형태의 열역학적인 힘에 대하여 클로저를 계산한 결과는 Z=1,2,5,10 일 때 그림 1 에 제시하였다. 그림 1 에서 k 는 Knudsen number 이고 k 가 1 보다 아주 작을 때는 높은 충돌을 1 보다 아주 클 때는 낮은 충돌을 나타낸다. 그림 1 에서 보듯이 일반적으로 적분 클로저는 충돌이 아주 낮을 때와 높을 때 기존의 이론을 포함하고 있음을 알 수 있다.

KOPRI
극지연구소

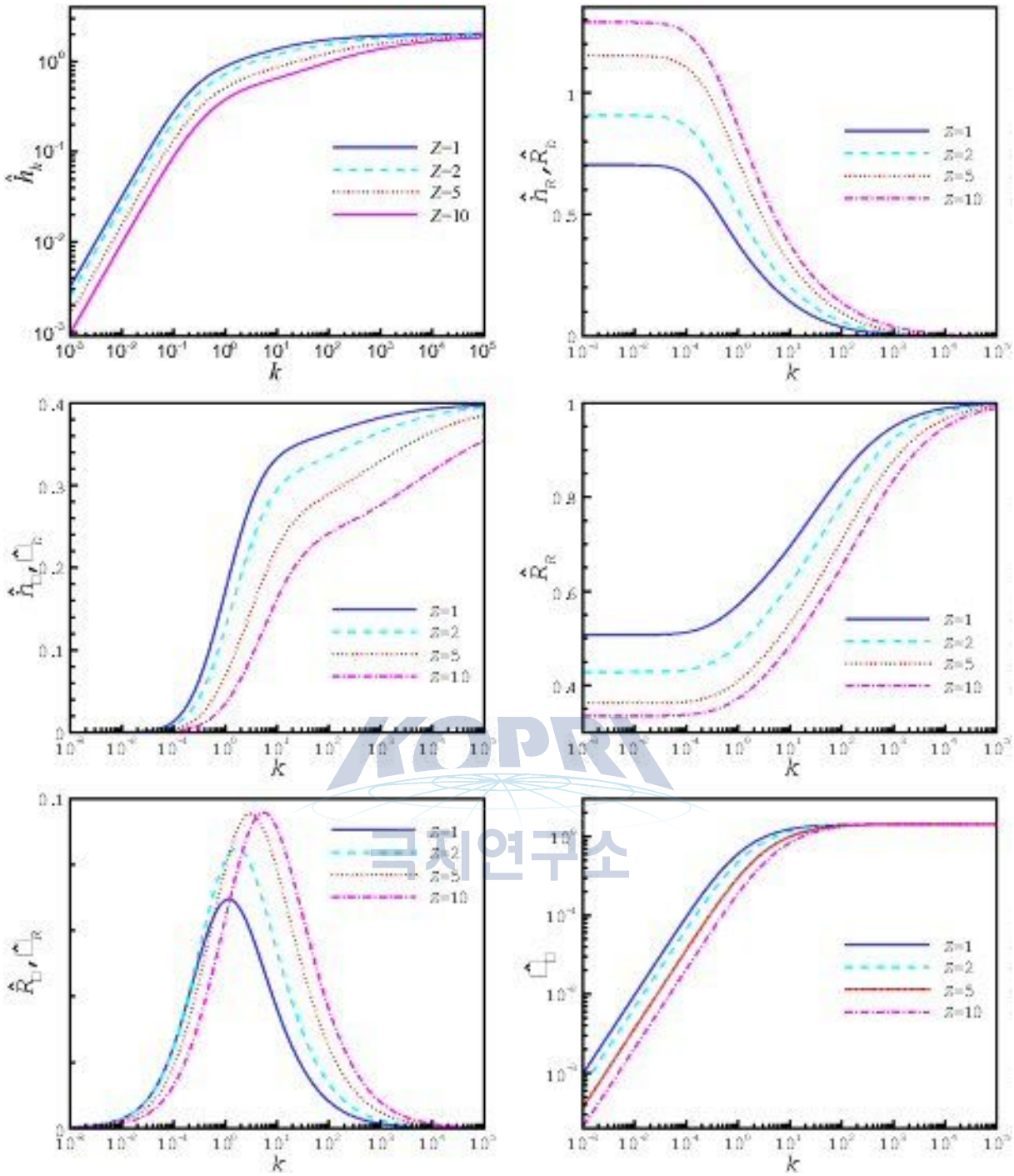

그림 1. 사인함수 형태의 열역학적인 힘에 대한 클로저

KCPR 극지연구소

제 4 장 연구개발목표 달성도(1 차연도) 및 대외기여도

개발목표	달성 주요내용 및 대외기여도	달성도(%)
일반화된 모멘트식 개발	- 이전에 계산했던 쿨롱 충돌연산자 이용 - 전하교환 연산자, 이온화 및 재결합 연산자 포함 - 일반적으로 천체물리학 핵융합 플라즈마에 적용할 수 있음	100%
이온 수송 연구 - 쿨롱 멀른 문제	- 이온 사이의 충돌인 쿨롱충돌연산자만 고려하고 맥스웰 배경분포에서 소수 이온의 수송이론을 계산 - 모멘트들을 거리의 파워급수로 전개한 후 모멘트에 대입하여 계수를 구함 - 모멘트 수를 1501 개까지 증가시키면서 급수의 전개 계수들이 수렴하는지 확인 - 같은 방법을 더 복잡한 문제에 적용할 수 있음	90%

KOPRI
극지연구소

제 5 장 연구개발결과의 활용계획

제 1 절 추가연구의 필요성

중성입자를 포함하는 플라즈마의 클로저는 1 차연도에서 계산한 전하교환연산자, 이온화연산자, 재결합연산자를 이용하여 모멘트 식을 풀어야 한다. 1 차 목표로 충돌이 많은 경우 브래진스키 형태의 해를 구해서 클로저 및 수송이론을 계산한다. 2 차 목표로 일반적인 충돌도에 적용할 수 있는 클로저를 구한다.

제 2 절 타연구에의 응용

여기서 구한 플라즈마 유체 클로저는 부분적으로 이온화된 플라즈마 뿐만 아니라 먼지 플라즈마의 연구에 필수적이다. 서론에서 설명한 것처럼 특히 낮은 충돌도에서 클로저를 해석적인 방법으로 계산할 수 있다.

KOPRI
극지연구소

제 6 장 참고문헌

[1] S. I. Braginskii, in Reviews of Plasma Physics, edited by M. A. Leontovich (Consultants Bureau, New York, 1965), Vol. 1, p. 205.

[2] J.-Y. Ji and E. D. Held, Phys. Plasmas 20, 042114 (2013).

[3] J.-Y. Ji and E. D. Held, Phys. Plasmas 13, 102103 (2006).

[4] J.-Y. Ji and E. D. Held, Phys. Plasmas 15, 102101 (2008).

[5] J.-Y. Ji and E. D. Held, Phys. Plasmas 16, 102108 (2009).

[6] W. Hammett and F. W. Perkins, Phys. Rev. Lett. 64, 3019 (1990).

[7] D. Hazeltine, Phys. Plasmas 5, 3282 (1998).

[8] Z. Chang and J. D. Callen, Phys. Fluids B: Plasma Phys. 4, 1167 (1992).

[9] E. D. Held, J. D. Callen, C. C. Hegna, and C. R. Sovinec, Phys. Plasmas 8, 1171 (2001).

[10] E. D. Held, Phys. Plasmas 10, 4708 (2003).

[11] J.-Y. Ji, E. D. Held, and H. Jhang, Phys. Plasmas 20, 082121 (2013).

[12] J.-Y. Ji, E. D. Held, and C. R. Sovinec, Phys. Plasmas 16, 022312 (2009).

[13] J.-Y. Ji and E. D. Held, J. Fusion Energy 28, 170 (2009).

[14] J.-Y. Ji and E. D. Held, Phys. Plasmas 21, 122116 (2014); 22, 129901 (2015).

KOPRI 극지연구소

주 의

1. 이 보고서는 극지연구소 위탁과제 연구결과 보고서입니다.

2. 이 보고서 내용을 발표할 때에는 반드시 극지연구소에서 위탁연구과제로 수행한 연구결과임을 밝혀야 합니다.

3. 국가과학기술 기밀유지에 필요한 내용은 대외적으로 발표 또는 공개하여서는 안됩니다.

KOPRI 극지연구소